

פתרון בחינת הבגרות במכניקה - 2022

כאשר  $\Delta x_1$  הוא העתק המכונית בפרק הזמן מהרגע שבו הנהג ראה את הכדור ועד הרגע שבו לחץ על דוושת הבלם, ו- $\Delta x_2$  הוא העתק המכונית מהרגע שבו הנהג לחץ על דוושת הבלם ועד עצירת המכונית.  
מתקיים:

$$\Delta x_1 = 14(0.75) = 10.5 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{0 - 14^2}{2(-3.5)} = 28 \text{ m}$$

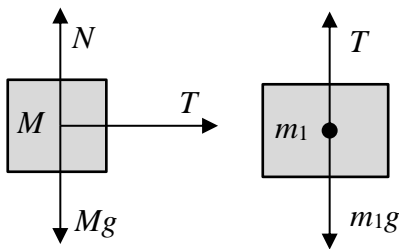
לכן:

$$s = 10.5 + 28 = 38.5 \text{ m}$$

ו. על פי הסעיף הקודם, מרחק הבלימה ( $\Delta x_2$ ) תלוי ב- $v_0^2$ . לכן אם רוצים להקטין את מרחק הבלימה פי 2 יש להקטין את המהירות ההתחלתית ל- $v_0/\sqrt{2}$ . הקטנת המהירות ב- $10 \text{ km/h}$  אינה גורמת להקטנת מהירות הבלימה פי 2.

פתרון שאלה 2 בגרות 2022

א.



ב. על פי החוק השני של ניוטון, תאוצת המערכת נתונה על ידי:

$$a = \frac{\Sigma F}{\Sigma m} = \frac{m_1 g}{m_1 + M}$$

מכיוון שנתון  $a = g/4$ , נקבל:

$$\frac{m_1 g}{M + m_1} = 0.25g$$

$$\Rightarrow m_1 g = 0.25Mg + 0.25m_1 g$$

$$\Rightarrow 0.75m_1 = 0.25M \Rightarrow m_1 = \frac{1}{3}M$$

ג. על פי החוק הראשון של ניוטון, נקבל שהמתיחות בחוט כשהמערכת מוחזקת במנוחה, נתונה על ידי:

$$T_1 = m_1 g$$

לאחר שחרור המערכת, מתקיים, על פי החוק השני של ניוטון, עבור התיבה:

$$T_2 = Ma = M(0.25g) = 0.25Mg$$

לכן נקבל:

פתרון שאלה 1 בגרות 2022

א.

שיפוע הגרף, המתאר את המהירות כפונקציה של הזמן, מייצג את תאוצת הגוף. לפי כך נקבל:

1) בפרק הזמן  $0 < t < 6 \text{ s}$  התנועה היא שווה תאוצה.

2) בפרק הזמן  $6 \text{ s} < t < 10 \text{ s}$  התנועה היא בתאוצה משתנה (התאוצה הולכת וקטנה עם הזמן).

3) בפרק הזמן  $10 \text{ s} < t < 13 \text{ s}$  התנועה היא שווה מהירות (התאוצה אפס).

ב. התאוצה המקסימלית שבה נסע הנהג היא שיפוע הגרף בפרק הזמן  $0 < t < 6 \text{ s}$ :

$$a_1 = \frac{12 - 0}{6 - 0} = 2 \text{ m/s}^2$$

התאוצה המקסימלית שעליה הצהירו היצרנים היא:

$$a_2 = \frac{100 \text{ km/h}}{2.6 \text{ s}} = \frac{27.7 \text{ m/s}}{2.6 \text{ s}} = 10.68 \text{ m/s}^2$$

לכן מתקבל:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{10.68 \text{ m/s}^2}{2 \text{ m/s}^2} = 5.34$$

ג. המהירות הממוצעת של המכונית בפרק הזמן  $0 - 13 \text{ s}$  מתקבלת מהקשר:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x(0 \rightarrow 13 \text{ s})}{13 \text{ s}}$$

כאשר הגודל  $\Delta x(0 \rightarrow 13 \text{ s})$  מייצג העתק המכונית בפרק הזמן מ- $t = 0$  ועד  $t = 13 \text{ s}$ . העתק זה שווה לשטח הכלוא בין עקומת המהירות לבין ציר הזמן בפרק הזמן מ- $t = 0$  ועד  $t = 13 \text{ s}$ .

בין עקומת המהירות לציר הזמן כלואות כ-66 משבצות, לכן נקבל:

$$\Delta x = S = 66[(1 \text{ s}) \times (2 \text{ m/s})] = 132 \text{ m}$$

לכן מתקבל:

$$\bar{v} = \frac{132 \text{ m}}{13 \text{ s}} = 10.15 \text{ m/s}$$

ד. הזמן שעבר מהרגע שבו הנהג לחץ על דוושת הבלם ועד שהמכונית נעצרה מתקבל מהקשר:  $v = v_0 + at$ , כאשר  $v_0 = 14 \text{ m/s}$ ,  $v = 0$ , ו-

$$a = -3.5 \text{ m/s}^2 \text{ . נציב ונקבל:}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{0 - 14}{-3.5} = 4 \text{ s}$$

ה. המרחק הכולל שעברה המכונית מהרגע שבו הבחין הנהג בכדור ועד שהמכונית נעצרה נתון על ידי:

$$s = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_A g}{m_B \ell}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(0.1)(10)}{(0.3)(4)}} =$$

$$= 0.145 \text{ Hz}$$

ג. במצב זה המתיחות בחוט גדולה מהכוח הצנטריפטלי הנדרש לקיום התנועה המעגלית. לכן כיוון כוח החיכוך הסטטי חייב להיות מנוגד לכיוון המתיחות בחוט (כלומר כלפי חוץ) וזאת על מנת להקטין את הכוח השקול בכיוון המרכז כך שמתקיים, על פי החוק השני של ניוטון:

$$T - f_s = m(2\pi f)^2 \ell$$

$$\Rightarrow 2m_A g - f_s = m_B (2\pi f)^2 \ell$$

על סמך סעיף ב' מתקיים:

$$m_B (2\pi f)^2 \ell = m_A g$$

משני הקשרים האחרונים נקבל:

$$2m_A g - f_s = m_A g \Rightarrow f_s = m_A g = 1 \text{ N}$$

**הערה:**

במקרה ולא מזהים את כיוונו של כוח החיכוך הסטטי מראש, ניתן לרשום את החוק השני של ניוטון עבור הגוף B באופן הבא:

$$T + f_s = m(2\pi f)^2 \ell$$

כאשר הכיוון החיובי נבחר בכיוון T. הגודל  $f_s$  במשוואה זו כולל סימן (חיובי או שלילי). מכיוון שמתקיים  $m_B (2\pi f)^2 \ell = m_A g$ , נקבל מהקשר האחרון:

$$2m_A g + f_s = m_A g$$

$$\Rightarrow f_s = -m_A g = -1 \text{ N}$$

קיבלנו שבכוח החיכוך שלילי, כלומר הוא מכוון בכיוון השלילי (כלפי חוץ).

ד. מקדם החיכוך הסטטי המינימלי המאפשר תנועה זו הוא מקדם החיכוך שעבורו מתקיים:

$$f_s = f_{s \max}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ N} = \mu_{s \min} (m_B g) \Rightarrow \mu_{s \min} = 1/3$$

ה. לפני הוספת מסה לסלסלה וגם לפני חיבור הגוף C לגוף B, מתקיים על פי החוק השני של ניוטון:

$$m_A g = m_B (2\pi f)^2 \ell$$

(ראה סעיף ב').

כעת, כאשר מגדילים את מסת הסלסלה  $(m_A)$  פי 2, וגם את  $m_B$  פי 2, נשמר השוויון בין המתיחות בחוט ובין הכוח הצנטריפטלי הדרוש לתנועה המעגלית (ראה את המשוואה האחרונה) ולכן לא נוצר, במקרה זה, צורך בכוח נוסף על מנת שתיווצר התנועה המעגלית.

ו. במצב המתואר בסעיף זה, המתיחות בחוט קטנה

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{m_1 g}{0.25 M g} = 4 \left( \frac{m_1}{M} \right) = 1 \frac{1}{3}$$

כאשר הצבנו  $m_1 / M = \frac{1}{3}$  (ראה סעיף ב').

ד. נבחר את הכיוון החיובי של ציר התנועה (ציר x) בכיוון מעלה המסילה, על סמך החוק השני של ניוטון, שתאוצת התיבה נתונה על ידי:

$$a = \frac{\Sigma F_x}{M} = \frac{-Mg \sin \alpha}{M} = -g \sin \alpha$$

נציב את הנתון  $a = -0.25g$ , ונקבל:

$$-g \sin \alpha = -0.25g \Rightarrow \alpha = 14.48^\circ$$

ה. במהלך תנועת התיבה במעלה המסילה, או במהלך עצירתה הרגעית וגם במהלך חזרתה, פועל עליה כוח שקול שגודלו  $Mg \sin \alpha$  וכיוונו בכיוון השלילי של הציר  $(-Mg \sin \alpha)$  כולל הסימן על פי הציר שבסעיף הקודם).

לכן, על פי החוק השני של ניוטון, נקבל שתאוצת התיבה במהלך עלייתה במעלה המסילה, או במהלך עצירתה הרגעית וגם במהלך חזרתה, היא:

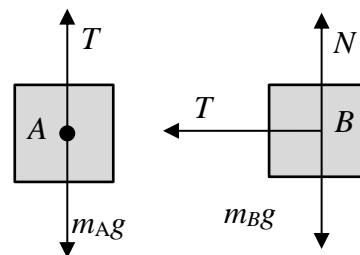
$$a = \frac{\Sigma F_x}{M} = \frac{-Mg \sin \alpha}{M} = -g \sin \alpha$$

ו. תאוצת כל אחד משני הגופים, כאשר כל אחד מהם מונח בנפרד על המישור המשופע, היא  $g \sin \alpha$ .

לכו כאשר מניחים את הגוף בתוך התיבה וקושרים אותו לדופן התיבה, תאוצת הגוף ביחס לתיבה תהיה אפס, ולכן החוט יהיה רפוי (המתיחות אפס).

**פתרון שאלה 3 בגרות 2022**

א.



ב. על פי החוק השני של ניוטון, מתקיים עבור הגוף B במהלך תנועתו המעגלית:

$$T = m_B \omega^2 \ell = m_B (2\pi f)^2 \ell$$

על פי החוק הראשון של ניוטון, מתקיים עבור הגוף A:

$$T = m_A g$$

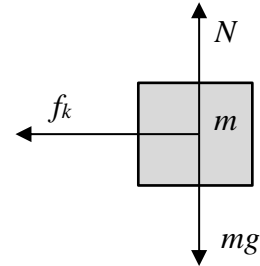
משני הקשרים האחרונים נקבל:

$$m_B (2\pi f)^2 \ell = m_A g$$

מהכוח הצנטריפטלי הנדרש לתנועה המעגלית. לכן צריך במקרה זה כוח נוסף שיפעל בכיוון המתיחות בחוט על מנת לקבל את הכוח הצנטריפטלי הנדרש. כוח זה הוא כוח החיכוך הסטטי. לכן כיוון החיכוך הסטטי הוא בכיוון המרכז פנימה.

פתרון שאלה 4 בגרות 2022

א.



ב. מתקיים:

$$W_{f_k} = W_{f_k}(B \rightarrow C) + W_{f_k}(C \rightarrow B) = f_{k1}\Delta x_{B \rightarrow C} + f_{k2}\Delta x_{C \rightarrow B}$$

כאשר  $f_{k1}$  הוא כוח החיכוך הקינטי בתנועת הגוף מ-B אל C, ו- $f_{k2}$  הוא כוח החיכוך הקינטי בחזרה מ-C אל B.

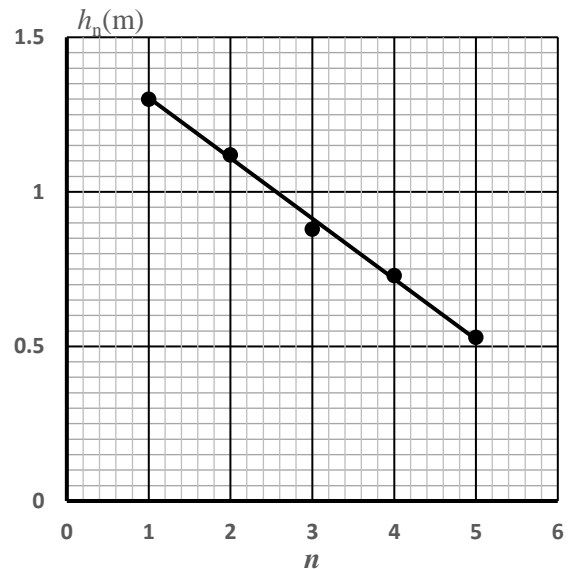
נבחר את הכיוון החיובי מ-B אל C ונקבל:

$$W_{f_k} = f_{k1}\Delta x_{B \rightarrow C} + f_{k2}\Delta x_{C \rightarrow B} = (-\mu_k mg)\ell + (\mu_k mg)(-\ell) = -2\mu_k mg\ell$$

ג. נייעזר במשפט עבודה-אנרגיה בין הגובה  $h_1$  ו- $h_n$ :

$$\begin{aligned} W_{mg}(h_1 \rightarrow h_n) + W_{f_k} &= E_{K2} - E_{K1} \\ \Rightarrow (mgh_0 - mgh_n) + (-2\mu mg\ell)n &= 0 \\ \Rightarrow (h_0 - h_n) + (-2\mu\ell)n &= 0 \\ \Rightarrow h_n &= h_0 - (2\mu\ell)n \end{aligned}$$

ד.



ה.

(1) על סמך סעיף ג', הגובה ההתחלתי  $h_0$  שווה לנקודת חיתוך קו המגמה על הציר האנכי. על ידי שימוש בסרגל (אקסטרפולציה), מתקבל:  $h = 1.5 \text{ m}$ .

(2) על סמך סעיף ג', שיפוע הגרף מייצג את הגודל  $-2\mu_k \ell$ . על מנת למצוא את שיפוע הגרף, נבחר שתי נקודות על קו המגמה, לדוגמה:  $(2.8, 0.95 \text{ m})$  ו- $(4.6, 0.6 \text{ m})$  ונקבל:

$$-2\mu_k \ell = \frac{0.95 - 0.6}{2.8 - 4.6} \Rightarrow \mu_k = 0.39$$

ו. מכיוון שמתקיים  $h'_1 < h_1$ , הגוף הפסיד אנרגיה קינטית במהלך ההתנגשות בקיר. לכן עבודת הכוח הנורמלי שהקיר הפעיל על הגוף במהלך ההתנגשות היא שלילית.

פתרון שאלה 5 בגרות 2022

א. נבחר את הכיוון החיובי של ציר התנועה (ציר y) כלפי מעלה ואת  $y = 0$  בנקודת זריקת הכדור, וניעזר בקשר:

$$\Delta y = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$$

נבחר את הנקודה 1 בשיא הגובה והנקודה 2 בנקודת הפגיעה בקרקע. מתקיים  $v_1 = 0$ ,  $a = -g$  ו- $\Delta y = -6 \text{ m}$ . נציב ונקבל:

$$-6 = \frac{v^2 - 0}{2(-10)} \Rightarrow v = \pm 10.95 \text{ m/s}$$

ב. גודל מהירות הכדור ברגע פגיעתו בקרקע גדול מגודל מהירות הכדור ( $v_0$ ) ברגע שיצא מיד התלמידה, וזאת מכיוון שברגע שהכדור חוזר לנקודה ממנה נזרק יש לו מהירות השווה ל- $v_0$  בגודל וכיוונה כלפי מטה. לכן כשהכדור ממשיך בתנועתו לכיוון הקרקע מהירותו גדלה יותר וזאת בגלל תאוצת הכובד.

ג. מאחר וכיוון מהירות הכדור השתנה בעקבות ההתנגשות עם הקרקע, נקבל שגם התנע של הכדור השתנה בעקבות ההתנגשות עם הקרקע. לכן על פי הקשר  $\vec{J} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$ , נקבל שהופעל על הכדור מתקף במהלך ההתנגשות.

אם נבחר את הכיוון החיובי כלפי מעלה, נקבל:  $v_1 = -10.95 \text{ m/s}$ ,  $v_2 = 10.95 \text{ m/s}$ . לכן נקבל:

$$J = 0.4(10.95) - 0.4(-10.95) = 8.76 \text{ N}\cdot\text{s}$$

המתקף חיובי, כלומר כיוונו כלפי מעלה.

ד. על פי משפט עבודה-אנרגיה מתקיים במהלך ההתנגשות בקיר:

**פתרון שאלה 6 בגרות 2022**

א. נסמן את המרחק בין מרכז כדור הארץ למרכז הירח באות  $d$ , ואת המרחק בין הנקודה המבוקשת למרכז כדור הארץ באות  $x$ . בנקודה המבוקשת מתקיים:

$$\frac{GM_E m}{x^2} = \frac{GM_M m}{(d-x)^2}$$

כאשר  $M_E = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$  היא מסת כדור הארץ ו-  
 $M_M = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$  היא מסת הירח. מהקשר האחרון מתקבל:

$$\frac{x^2}{(d-x)^2} = \frac{M_E}{M_M}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{d-x} = \pm \sqrt{\frac{M_E}{M_M}} = \pm \sqrt{\frac{6 \times 10^{24}}{7.35 \times 10^{22}}} \cong \pm 9$$

לכן קיימים שני פתרונות:

$$\frac{x_1}{d-x_1} = 9$$

$$\Rightarrow x_1 = 0.9d = 0.9(384,000 \text{ km}) = 345,600 \text{ km}$$

יא

$$\frac{x_2}{d-x_2} = -9$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{9}{8}d = \frac{9}{8}(384,000 \text{ km}) = 432,000 \text{ km}$$

נבחר את הפתרון הראשון. בנקודה המתקבלת מהפתרון השני, כוחות הכבידה המופעלים על החלילית מהירח ומכדור הארץ הם זהים בגודלם וגם בכיוונם, לכן הם אינם מבטלים זה את זה.

ב. על סמך הנתון בסעיף זה מתקיים:  $10T_2 = 9T_1$ .  
כאשר  $T_1$  הוא זמן המחזור של הנחתת 1 ו-  $T_2$  הוא זמן המחזור של הנחתת 2.

בתנועה המעגלית של כל אחת משתי הנחתות מתקיים על פי החוק השני של ניוטון:

$$\frac{GmM_M}{r^2} = m \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_M}}$$

נציב ביטוי זה בקשר  $10T_2 = 9T_1$  ונקבל:

$$10 \sqrt{\frac{4\pi^2 r_2^3}{GM_M}} = 9 \sqrt{\frac{4\pi^2 r_1^3}{GM_M}}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{10}{9} \right)^2 = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \sqrt[3]{\frac{100}{81}} = 1.072$$

ג. בגלל התנועה המעגלית (הקצובה) של הנחתת,

$$\Sigma W_F = E_{K2} - E_{K1}$$

מכיוון שההתנגשות אלסטית לחלוטין מתקיים  $\Sigma W_F = 0$ , ולכן  $E_{K2} = E_{K1}$

ה. מאחר ונתון שזמן ההתנגשות קטן מאוד, ניתן להזניח את מתקף כוח הכובד במהלך ההתנגשות (שהוא נחשב לכוח חיצוני בתהליך ההתנגשות), ולכן ניתן להתייחס למערכת שני הכדורים כמערכת סגורה שבה מתקיים שימור התנע. בהתנגשות חזיתית ואלסטית לחלוטין מתקיימות המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ u_1 + v_1 = u_2 + v_2 \end{cases}$$

ניחשב קודם את מהירות הכדור 1 רגע לפני ההתנגשות ( $v_1$ ). גודל מהירות זו זהה לגודל מהירות הכדור כאשר הוא נופל ממנוחה מגובה 5 מטרים (ראה את התיאור בפתוח השאלה).  
ניעזר במשוואה:

$$\Delta y = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow -5 = \frac{v_1^2 - 0}{2(-10)}$$

$$\Rightarrow v_1 = \pm 10 \text{ m/s}$$

כיוון  $v_1$  כלפי מעלה, לכן נבחר את הפתרון:  $v_1 = +10 \text{ m/s}$ . בנוסף מתקיים ש-  $v_2 = 0$ . נציב במשוואות ה"ל ונקבל:

$$\begin{cases} u_1 + u_2 = 10 \\ u_1 + 10 = u_2 \end{cases}$$

כאשר הצבנו  $m_1 = m_2$ .

משתי משוואות אלה נקבל:  $u_1 = 0$  ו-  $u_2 = 10 \text{ m/s}$ .

המצב המתואר בתרשים 1 אינו אפשרי, כי ההתנגשות המתוארת בתרשים זה היא מצחית, ולכן על סמך סעיף ה' צריך להתקיים  $u_1 = 0$ . באיור זה  $u_1 \neq 0$ .

המצב המתואר בתרשים 2 אינו אפשרי, כי התנע בכיוון האופקי לפני ההתנגשות הוא אפס, ולפי תרשים זה התנע אחרי ההתנגשות בכיוון האופקי אינו אפס, ולכן התנע לא נשמר בתרשים זה.

המצב המתואר בתרשים 4 אינו אפשרי, כי התנע הכולל של המערכת אחרי ההתנגשות לפי תרשים זה הוא אפס, ומכיוון שהתנע של המערכת לפני ההתנגשות אינו אפס, נקבל שהתנע לא נשמר על פי תרשים זה, ולכן תרשים זה אינו אפשרי.  
לכן התרשים האפשרי הוא 3.

יש לה תאוצה צנטריפטלית. על פי החוק השני של ניוטון, תאוצת הנחתת בכיוון המרכז,  $a_c$ , נתונה על ידי:

$$a_c = \frac{GmM_M / r^2}{m} = \frac{GM_M}{(R_M + h)^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11} (7.35 \times 10^{22})}{(1.746 \times 10^6 + 260 \times 10^3)^2} = 1.22 \text{ m/s}^2$$

ד. חוק זה הוא החוק השלישי של ניוטון שלפיו, כוחות האינטראקציה, הפועלים בין שני גופים, הם זהים בגודלם ומנוגדים בכיוונם. חוק זה משתקף בנוסחת הכבידה העולמית  $F_G = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$  בכך שהחלפת ערכי המסות  $m_1$  ו- $m_2$  זו בזו, אינה משנה את גודלו של כוח הכבידה.

ה. הכוחות הפועלים על הנחתת בנקודה  $O$  הם כוח הכבידה  $F_G$  המופעל על ידי הירח וכיוונו רדיאלי פנימה, והכוח  $F'$  המופעל על ידי הגז הנפלט מהמנוע. שני כוחות אלה מנוגדים בכיוונם. מכיוון שכיוון  $F_G$  רדיאלי פנימה, כיוונו של  $F'$  הוא רדיאלי החוצה. התרשים המקיים כיוונם אלה הוא תרשים ב' שבו הכוח המופעל על הנחתת מהגז הנפלט ממנה הוא כלפי מעלה (רדיאלי החוצה).